研 究 論 文

マトリックスLCAにおける一意な係数行列の構築手法の提案

福原　一朗・本藤　祐樹

Proposal of a construction method for a unique coefficient matrix in matrix-based life cycle inventory analysis

Ichiro FUKUHARA and Hiroki HONDO

Synopsis:

Background, Aim and Scope. Matrix-based life cycle inventory analysis is effective to evaluate environmental impacts of systems including closed-loops (e.g. recycling). However, the matrix method has not yet been widely used because it is complicated and difficult for most LCA practitioners to adequately make a regular coefficient matrix from input/output data of processes. Therefore, this study aims to develop a general method to make a unique, regular coefficient matrix for supporting the use of the matrix method.

Methods. First, five types of basic components are newly defined to express a product system. The combination of these five components allows for describing an arbitrary product system. Second, a system that is re-described using the five components can be dealt with as a geometrical figure that is expressed using the abstract concepts of nodes and edges in the graph theory. Finally, a regular coefficient matrix is made by analyzing geometrical relationships between nodes and edges.

Results. It was proved that a unique, regular coefficient matrix can be obtained if the geometrical figure corresponding to a product system is a planar graph. An algorithm to make such a coefficient matrix was formulated using Euler's polyhedron theory, based on balance equations of flows of goods (e.g. energy, materials) in a system studied. The validity of the proposed algorithm was demonstrated by applying the algorithm to a simple, numerical example: a product system including closed recycling.

Discussion and Conclusions. An advantage of the developed method is that the complicated flows of goods in a product system studied can be reduced to an abstract geometrical figure according to mathematically simple rules. This means that computers can easily generate a unique, regular coefficient matrix automatically from input/output data of processes in a product system. We plan to create software based on the proposed algorithm, which enables LCA practitioners to easily perform the matrix-based LCA without making a coefficient matrix on their own.

Keywords: LCA; Matrix Method; Material Balance; Graph Theory; Regular Coefficient Matrix

1. はじめに

1997年にライフサイクルアセスメント（LCA）の原則と枠組みが国際標準規格化[1]されてから10年以上が経過し、多くの企業がCSR報告書等にLCAを利用した環境側面の評価を記載するなど、LCAは環境側面の評価手法として産業界の実務に定着している。LCAを実施する際、製品の素材、製造、使用、廃棄までの各段階に投入された資源、消費エネルギー、そして各種環境負荷項目の排出量を定量的に分析することが必要である[2]。これをライフサイクルインベントリ（LCI）分析と呼び、その分析手法の枠組みも国際標準規格に取り入れられている[3]。

このLCI分析手法は、プロセス分析法と産業連関法の2つに分けられることが多いが[4-6]、計算手法の観点から積み上げ法とマトリックス法に分類することも可能である[7]。積み上げ法はLCAケーススタディーの報告において最もよく用いられている手法であり、各プロセスの生産（産出）量、投入資源・エネルギー量、環境負荷の排出量を上流側に遡って一つ一つ積算していく手法である。

福原　一朗・本藤　祐樹／横浜国立大学大学院／〒240-8501　横浜市保土ヶ谷区常盤台79-1
Ichiro FUKUHARA and Hiroki HONDO / Graduate School of Environment and Information Sciences, Yokohama National University / 79-1 Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama 240-8501

さらに、多くのLCAソフトウェアにおいても採用されている分析手法でもある。システム中の財の流れが上流プロセスから下流プロセスへと一方向であるときには、逐次的に積算していく積み上げ法で問題なく推計できる。しかし、現実のシステムには上流から下流への一方向のフローの他にも、下流プロセスで生産された財の一部が上流プロセスへ還流するようなフローが存在する。リサイクル等の再帰的なループを複数持つシステムの場合、LCI分析に積み上げ法を適用することは容易ではない。この場合は、システムにおけるマテリアルバランス式を解くことによりシステム全体の環境負荷を整合的に求めることができるマトリックス法が有効に機能する[6, 8, 9]。

また、近年、産業連関法に積み上げデータを組み合わせたハイブリッド法[10]の研究も進められているが、計算手法として積み上げ法ではなくマトリックス法を用いることで、より合理的なハイブリッド手法とすることが可能となる[6, 11, 12]。

このように、マトリックス法はLCI分析において有効な方法であるが、必ずしも広く普及しているわけではなく、マトリックス法を用いたケーススタディーの報告例も少ない。マトリックス法の利用が一部の研究者に留まっている原因については次章で触れるが、その理由としては、マトリックス法を実際のシステムに適用し係数行列を構築する一連の作業が、一般化されているとは言えないことが挙げられる。

2. 既往研究のレビューと問題点

LCI分析におけるマトリックス法では、システムを構成する各プロセスの入出力が線形であると仮定している。それは、各プロセスにおいて投入/産出される財フロー（原材料などのマテリアル、エネルギー、生産物、副生産物など）と、環境フロー（環境負荷物質、自然資源など）が、各プロセスの活動量に比例するということである。この仮定の基に、システム全体の財のバランスを満足する各プロセス活動量を、以下の式を解くことで求めることができる[4, 5]。

$$A\mathbf{q} = \alpha \tag{2.1}$$

ここで、係数行列Aの要素を各プロセスの活動量ベクトルの要素変数の係数とし、活動量ベクトルを各プロセス活動量の要素として、$\mathbf{q} = (q_1, q_2, \ldots, q_v)^{\mathrm{T}}$で表す。ただし、Tは転置行列を示す。システムの境界（3.1に後述）における入出力の状態を境界ベクトル$\alpha = (0, \ldots 0, f)^{\mathrm{T}}$で与えると、活動量ベクトル$\mathbf{q}$は次式で求められる。

$$\mathbf{q} = A^{-1}\alpha \tag{2.2}$$

また、環境フローを表す行列をBとすれば、最終環境負荷ベクトル$\boldsymbol{\beta}$は、

$$\boldsymbol{\beta} = B\mathbf{q} = BA^{-1}\alpha \tag{2.3}$$

となる。式（2.2）が陽な解を持つための条件は、境界ベクトル$\boldsymbol{\alpha}$が非ゼロであり、係数行列Aが正則行列であることである。しかし、これまでのマトリックス法では、正則な係数行列Aを構築できることは必ずしも保障されていない。

特にHeijungsのマトリックス法によるLCI分析手法[5]では、多機能プロセスが存在した場合、機械的に構築した係数行列は必ずしも正方になるとは限らない。それ故に、係数行列の正方化のために、全ての多機能プロセスにおける配分作業と自動カットオフの基準の設定が必要になる[4, 5, 8]。この作業によって、機械的に求めた係数行列の列を分割したり行を除去したりして正方化する。しかし、実際の製造フローでは、扱うプロセスや財が多くなるために正法化の処理が非常に複雑となり、誰でも簡単に係数行列を求めることは困難である。また、セレクション（フローの分岐点）による再帰的ループがある場合など、財フローの数とプロセスの数が一致しない時には解を導くことができない。この問題に対して原田は係数行列の拡張方法を提案している[13, 14]。この拡張方法では、分岐率もしくは合流率が与えられているセレクションについてはセレクション列として列を拡張し、分岐や合流の条件を列ベクトルとして表現する。つまり、セレクションによる再帰的ループによって崩れた行列数のバランスを、列ベクトルの追加によって調整する。しかし、この手法ではシステム内のプロセス同士のつながりについては述べられていないため、プロセスがどのように接続した場合に、正則な係数行列を構築することができるかという、システムに求められる条件については未だ明らかになっていない。

また、盧らは、プロセスの振る舞いを代表する単一の機能フローのみを係数行列に組み込むことで、プロセスの機能フロー以外のリサイクル財や廃棄物等のフローを、係数行列とは別の「過剰フロー行列」として構築する手法を提案している[15]。この手法では1つのプロセスに1つの機能フローを対応させることによって係数行列の正則性を得ている。さらに、多機能プロセスに対しての加算や配分については、最終的な積算値を過剰フロー行列から計算し、その値が非ゼロで無視できない場合にのみ行うことで効率的な計算を提案している。しかし、再帰的ループが連結するような複雑なシステムを表現する場合に、係数行列と過剰フロー行列の2つの行列を構築し、さらに配分作業も必要に応じて行うことは、誰でも作業できる平易な手法であるとはいいにくい。

以上のように、これまでに発表されているマトリックス法によるLCI分析手法論[4-6, 9, 13-15]では、LCA実施者に拠ることがなく一意で正則な係数行列を求めるための手法について、いまだ一般的な手法の合意をみていない。そこで

本研究では、マトリックス法によるLCIの一般的手順を構築することを目的とし、新たに定義する構成要素を用いたシステムの表現方法と、そこから得られる係数行列の正則性についての議論をグラフ理論[16, 17]を用いて進めていく。グラフ理論は自然科学のみならず、工学あるいは社会科学上の要素間の関係性を「点とそれをむすぶ線」の概念によって抽象化し、「要素間のつながり方」に着目して解析、評価するためのツールであり、多くの分野で議論されている[18-25]。さらに、その関係性は行列によって表現できるために、コンピューターによる取り扱いも容易になる。

3. 手法

3.1 システムの一般的表現

マトリックス法において係数行列の作成手順を一般化するには、システムの一般的な表現方法が必要である。本研究では、これまで発表されてきたマトリックス法[13-15]と同様に、システムをプロセスとセレクションによって表現する。ただし、図1と図2に示されるように、使用するプロセスとセレクションの入出力を新たに定義する。

まず、図1 (a) に示す通常プロセスと図2に示すセレクションによるシステムの一般的表現方法を、通常プロセス、セレクション、財フローの定義と併せて以下に述べる。

システムで用いる通常プロセスは、プロセスvの活動量1に対して財iをP_{av}投入し、財jを1出力する1対1の入出力を持つユニットと定義する。この単位プロセス活動量あたりの財の投入量P_{av}をプロセス機能フローの係数とする。また、プロセスから出力される財フローは必ず他のプロセスもしくは、セレクションに接続するものとする。

セレクションに関しては、図2(a) に示す入出力が1対2の分岐セレクションと、図2 (b) に示す入出力が2対1の合流セレクションの2種類を定義する。このセレクションでは財を単純に配分することとし、その配分による財の損失や、環境負荷の発生はないものとして扱う。

システムで用いる財フローを、プロセス－プロセス (P-P) 間の財フローと、プロセス－セレクション (P-S) 間の財フローの2種類のみとする。従って、図3に示すようなセレクション－セレクション (S-S) 間の財フローについては、図3 (a) の辺Eに対応するS-S間の財フローを変化させないように、その中間に損失、負荷がゼロであるような「ダミープロセス」を挿入する。つまり、1つのS-S間の財フローを、1つのダミープロセスと2つのP-S間の財フローに置き換える。なお、現実にはプロセス内リサイクルのようなプロセス内部で閉じるタイプのループがあるが、ダミープロセスを挟むことで表現できる。本研究では、ダミープロセスとして図1 (a) の通常プロセスの機能フローの係数P_{av}を1としたプロセスを使用する。

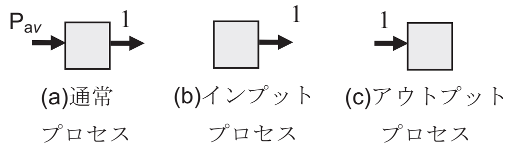


図1　使用するプロセスの種類

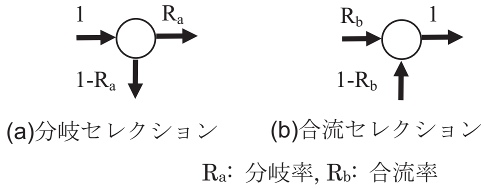


図2　使用するセレクションの種類

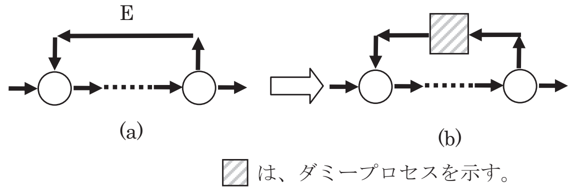


図3　セレクションが連結する場合の表記

これまで述べた手法により、システムをプロセス、セレクション、財フローによって一般的に表現することができる。しかし、例えば製品システムにおける原材料や新規製品など、いわゆる外部から投入される財や、外部に出力される財については、まだ一般的に表現できない。この外部との財のやりとりに対応した一般的表現について、「境界プロセス」という概念を用いて以下に述べる。

LCI分析を行う際には、評価する部分を明確にするためにシステム境界を設定する。このシステム境界は大きなシステムのある一部分に対して設定されるため、その境界を横切るプロセス間の財フローが必ず存在する。システム境界を設定することによりプロセス間の財フローは切断され、財をシステムに供給するだけのプロセスや、財が投入されるだけのプロセスがシステム境界の内側にできることになる。つまり、この2種類のプロセスは、システムの境界で外部と財のやり取りを行うプロセスであり、財の入出力についての条件（境界条件）が設定される「境界プロセス」と呼ぶ。

2種類の境界プロセスのうち、財を供給するだけのプロセスは、投入がゼロであるような通常のプロセスとみなせ、これを「インプット・プロセス」と定義し、図1(b) に示す。これは、システム内に原材料を供給する境界プロセスであり、プロセス活動量1に対して1単位の財をシステムに供給する。他方、財が投入されるだけのプロセスは、生産がゼロであるような通常のプロセスとみなせ、これを「アウトプット・プロセス」と定義し、図1 (c) に示す。これは、最終製品

や副生産物などがシステムから系外に出る境界プロセスであり、プロセス活動量1に対して1単位の財が投入される。

このように、境界プロセスに投入する原材料や、境界プロセスが生産する最終製品はゼロとして扱う。しかし、実際にはシステム境界を横切って外部と財のやりとりを行っている。例えば、一般的な製品システムには原材料のインプットと製品（機能）のアウトプットがあるため、1つのシステムには「インプット・プロセス」と、「アウトプット・プロセス」が少なくとも1つずつある。このシステムの境界に位置するプロセスの活動量は、境界条件として最初に明示的に設定する場合と、境界条件として設定しなくてもシステム内部の財バランスと他の境界条件によって自ずと決定する場合がある。例えばシステム内のすべてのプロセス間のバランスが決定している場合、システムの境界条件を1つ定めることによって、すべてのプロセスの活動量が決定する。

各プロセスにおいて発生する環境負荷や、消費される資源・エネルギーは環境フローとして行列の形でまとめられる。それらは各プロセスの活動量に比例するため、式（2.3）のようにプロセス活動量ベクトルと乗算することでシステム全体の環境負荷やエネルギー消費量を求めることができる。

3.2 グラフ理論による表現

ここではシステムの一例として、製造、消費、廃棄、輸送、リサイクルの5つのプロセスで構成された単純なシステムを示す。このシステムのフロー図を3.1で定義した構成要素によって表現し、図4に示す。このフロー図を幾何学的図形と捉え、プロセス（P_1～P_5）とセレクション（S_1、S_2）を点（図中では四角と丸で表記）で、財フローの流れを辺で表現したものが図5である。このように、財フローを点と辺で表し、点同士の関係性を辺によって表すことで、図4で示されるシステムは、図5のようなグラフとして解釈できる。

一般的にグラフGは、2つの集合$V(G)$、$E(G)$と1つの接続関数ψ_Gの組（$V(G), E(G), \psi_G$）で表される。頂点集合$V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_\upsilon\}$は非空な有限集合であり、その元を$G$の頂点（ノード）と呼ぶ。辺集合$E(G) = \{e_1, e_2, \ldots, e_\varepsilon\}$は$V(G)$と素な集合で、その元を$G$の辺（エッジ）と呼ぶ。また、頂点の数、辺の数を$\nu(G)$、$\varepsilon(G)$とする。$\psi_G$は、各辺に頂点の非順序対を対応させる接続関数である。グラフGの辺eが$e \in E(G)$であり、$\psi_G(e) = v_1 v_2$であるとき、v_1とv_2を辺eの端点であるという。また、頂点vに接続する辺の数を、vの次数と呼び、$d_G(v)$と表す。

隣接している頂点同士を辿る$\{v_1, e_1, v_2, e_2, \ldots, e_{n-1}, v_n\}$の頂点と辺の系列を歩道（ウォーク）といい、辺と頂点の重複も許さない場合に道（パス）という。特に、始点と終点が同じ（$v_1 = v_n$）道を閉路（サイクル）という。

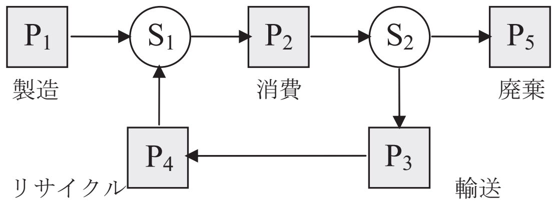
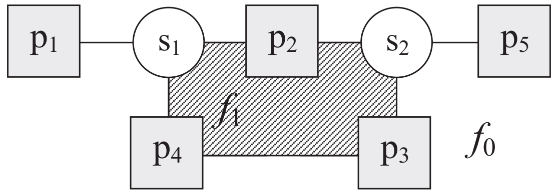


図4　閉路を持つシステム



$V(G)=\{p_1,p_2,p_3,p_4,p_5,s_1,s_2\}$, $\upsilon(G)=7$

$E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$, $\varepsilon(G)=7$

$\phi_G(e_1) = p_1s_1$, $\phi_G(e_2) = s_1p_2$, $\phi_G(e_3) = p_2s_2$, $\phi_G(e_4) = s_2p_3$,

$\phi_G(e_5) = s_2p_5$, $\phi_G(e_6) = p_3p_4$, $\phi_G(e_7) = p_4s_1$

$F(G)=\{f_0, f_1\}$, $f(G)=2$

図5　システムのフローから得られるグラフG

図1と図2の構成要素と、図3の表記の規則を用いてシステムのフロー図をグラフで表現すると、グラフGのすべての頂点は少なくとも1つの辺に接続し、隣接する頂点の間に多重辺がないことがわかる。さらに、すべての辺の両端は異なる頂点であり、プロセスから出力したフローが元のプロセスに直接戻ってくるようなループは形成されない。以上のことから、グラフGは連結単純グラフである[16, 17]。また、グラフGには無限面と呼ばれる非有界な面がある。その非有界面を、頂点と辺によって新しい連結領域に分割した場合に、その連結領域の閉包をGの面と呼ぶ。その非有界な面を含んだグラフの面集合を$F(G)$とし、面の数を$f(G)$とする。

3.3 多機能プロセスの拡張表現とアロケーション問題

本研究では、使用するプロセスを図1(a)に示した1対1の入出力プロセスに限定することで、後述する単純なフローバランスの規則を用いた係数行列の作成を可能としている。しかし、現実のプロセスは、必ずしも1対1の入出力プロセスだけではなく、図6に示すような、N個の財I_n（n=1…N）を投入し、M個の財O_m（m=1…M）を生産する、N対Mの多機能プロセスが一般的である。従って、現実によく見られる多機能プロセスを、本研究の枠組みに適用させる手法が必要になる。

本研究で使用する1対1の入出力プロセス等によって、多機能プロセスを表現するために、図7に示すように多機能プロセスの内部に仮想的な1対1の入出力プロセスがあると仮定する。多機能プロセスの内部では、投入した複数の財が1つのフローとして仮想プロセスに入力され、出力

された1つの財フローが複数の財に配分されてプロセスの外部に生産されるものとする。この場合のプロセス係数P_{av}は、財の投入量の単位を除いた値の合計値$\sum_{n=1}^{N} I_n$を、財の生産量や生産額の単位を除いた値の合計値で除した無次元の値である。単位のとり方によって無次元の係数値は変化するが、すべての財フローは線形であるので最終的な計算結果は変わらない。

次に、前述の「仮想プロセスが内部にあると仮定した多機能プロセス」を、ダミープロセスとセレクションを用いてグラフで表現する。例として、図8（a）に4入力3出力の多機能プロセスを示す。図8（b）は、多機能プロセス内部に仮想的な1対1の入出力プロセスがあると仮定したものであり、点線で囲った部分が多機能プロセスの境界である。さらに、内部の仮想プロセスの投入側と生産側のそれぞれに、投入する4つの財が仮想的に1つに集約される点と、生産する1つの財が仮想的に3つに分配される点がある。これらの点を3.1の一般的手法によりダミープロセスとセレクションで表すと、図8（b）のグラフは図8（c）のような任意の二分木[脚注1)]グラフで示される。図8（c）の投入側では財I_1とI_2、I_3とI_4がそれぞれセレクションによって最初に集約されているが、これをI_1とI_3、I_2とI_4の組み合わせに置き換えても同等の結果を得ることができる。つまり、仮想プロセス係数は、仮想プロセス内部における集約もしくは分配の順番には依存しない。このことは生産側の財O_1～O_3についても同様である。

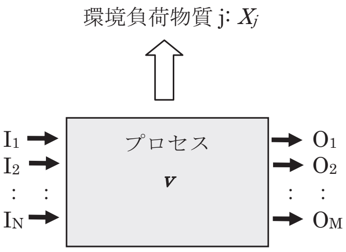


図6　N対Mの多機能プロセス

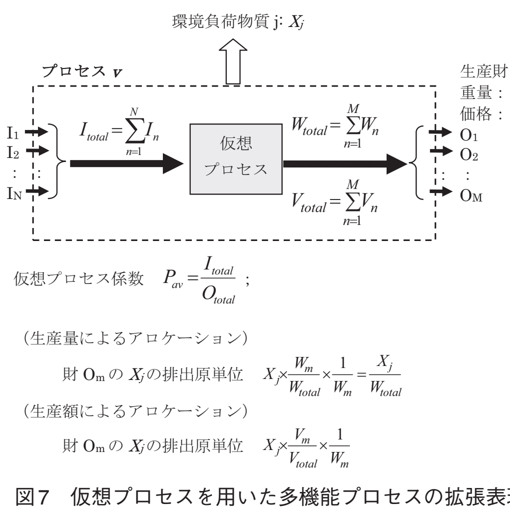


図7　仮想プロセスを用いた多機能プロセスの拡張表現

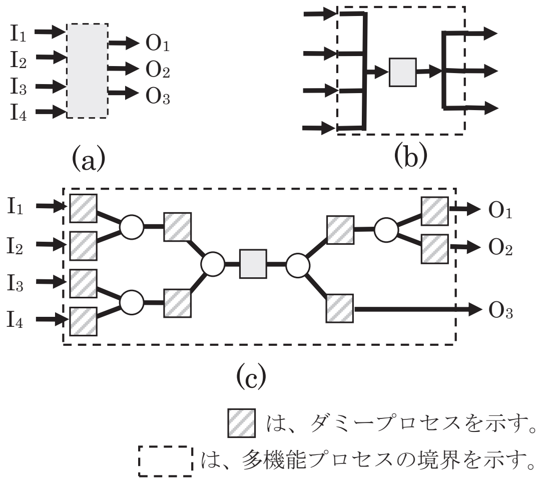


図8　多機能プロセスのグラフ表現の例

以上のように多機能プロセスは、仮想的な1対1の入出力プロセス、ダミープロセス、セレクションによって表現することができる。二分木は平面グラフ（3.4に後述）であることから、図8（c）は常に平面グラフになる。また、多機能プロセスをグラフで表現する場合、多機能プロセスの投入財と生産財のフローは線形であるので、含まれる全てのセレクションの分岐率や合流率は自ずと決定する。

LCI分析において多機能プロセスを扱う場合、アロケーション問題[26-30)]について考慮しなければならない。これは、石油の分留など複数の財が生産される場合に、それぞれの生産物の環境負荷をダブルカウントしないために、プロセス全体の環境負荷をそれぞれの生産物に対して適切に配分する、強い任意性を持った手続きである[14)]。

もし、生産されるすべての財のライフサイクルをシステム境界に含める場合には、この多機能プロセスの環境負荷物質の排出原単位は、排出する負荷物質量をプロセスから生産される財の合算値で除した値となる。しかし、実際には検討の対象に入れない生産財がそのまま使われずにシステム境界に残存することが多い。この使われない生産財の環境負荷を除外する場合にはアロケーションが必要である。

図7に示した多機能プロセスにおけるアロケーション手法は、

（財O_mの環境負荷原単位）

$$=（プロセスの環境負荷）\times \frac{（財O_mの配分率）}{（財O_mの生産量）} \quad (3.3.1)$$

と一般化される。この配分率は、LCAの目的に応じて適切に設定されるべきものであるが、生産量や生産額で比例配分する方法がよく用いられている[14)]。

脚注1）　1つの辺が2本の辺に分かれていく木を二分木という。二分木の各頂点の次数は3を超えない。

3.4 グラフの平面性の判定

一般的に、すべてのグラフは3次元ユークリッド空間$\mathbf{R}^3$に埋め込み可能である。しかし、そのグラフと同形なグラフを2次元ユークリッド平面$\mathbf{R}^2$上に交差なしで埋め込むことができるグラフは限られる。そのようなグラフは、平面上に元のグラフと対応する点があり、対応する辺が接続する点以外で交差することがないジョルダン曲線として描けるグラフである。それを平面グラフといい、平面グラフと同形であるグラフを平面的グラフという[16, 17]。

本研究では図5のようにシステムのフローをグラフに抽象化し、オイラーの多面体定理[31-34]等のグラフの性質を適用して議論を進めていく。このオイラーの多面体定理は凸多面体について成立するが、凸多面体の頂点と辺を外球面に投影してできるグラフは平面的であることから、平面的グラフについても成立する。従って、本研究で扱うグラフが常に平面的であるかという、平面性問題について考察する必要がある。

グラフが平面的であるためには、ある制約が存在する。常にグラフが平面的である必要十分条件は、図9に示す完全グラフ[脚注2)]K_5又は、完全二部グラフ$K_{3,3}$に縮約可能[脚注3)]で位相同形な部分グラフ[脚注4)]を含まないことであり、Kuratowskiの定理[35, 36]として知られている。このグラフの平面性を確認するために、平面性判定アルゴリズム[37, 38]を適用する。このアルゴリズムは、計算時間がグラフの頂点と辺の数に対して比例し、有限時間で判定が終了する。

ところで、3.1で定義した構成要素によって、グラフK_5やグラフ$K_{3,3}$に縮約可能で位相同形なグラフは作成可能である。従って、3.2で示した方法に従ってフロー図から得られるグラフが、常に平面的グラフである保証はない。また、具体的に平面性が失われるシステムの一例を図10に示す。この図の上部は、電気、ガス、水道の3種類のインフラ、下部は、それを利用する3つの工場を示している。それぞれ3つの工場が、電気、ガス、水道の独立したラインを設置する場合、その財フローは図10に示すように複雑に交差する。このシステムを幾何学図形で表すと、図9に示す完全二部グラフ$K_{3,3}$と位相同形になり、平面的グラフでは表現することができない。

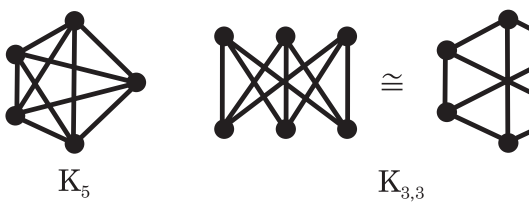


図9　完全グラフK_5および完全二部グラフ$K_{3,3}$

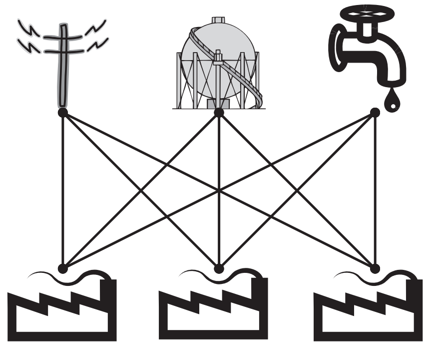


図10　平面性を失わせるシステムの例

3.5 係数行列の一般的構築法について

3.5.1 係数行列の特徴

式（2.2）の係数行列Aの各行は、1つのフローバランスにおけるプロセスの活動量ベクトル$\mathbf{q}$の要素変数の係数を示している。その係数はシステムのフローバランスを表す全ての条件式から求められる。つまり係数行列はシステム全体のフローバランスを表している。

活動量ベクトル$\mathbf{q}$が解を持つためには、システムの係数行列Aが逆行列を持つ必要がある。すなわち、係数行列は正則行列でなければならない。そのための必要十分条件は以下の通りである。

(1) 係数行列は、行列数が一致している正方行列である。つまり、係数行列によって作られるシステムの特徴を示す全ての条件式の数が、プロセスの活動量ベクトル$\mathbf{q}$の要素数と等しい。

(2) そのフローバランス式は、他のバランス式の一次結合では表されない一次独立である。

(3) すべての列・行ベクトルは非零ベクトルである。

以下では、正方係数行列を構築するための一般的な手法を明らかにし、その係数行列の正則性を証明する。

3.5.2 係数行列の構築

係数行列はシステム中の財フローの条件式から求められる。従って、システム構築時に得られる、プロセス間の財フローのバランス式、セレクションにおける財フローの分岐条件式、システムの境界条件式を整理し、係数行列を構築する。

まず、以下のように定義する。3.2によって得られるグラフGの頂点集合$V(G)$のうち、プロセスを示す頂点集合

脚注2)　任意の2頂点間に辺があるグラフ

脚注3)　縮約: グラフからある辺を取り除き、その辺の両端点を同一視して一点にすること[17]。

脚注4)　部分グラフ: G_1の頂点集合と辺集合が共にG'_2の頂点集合と辺集合の部分集合になっているとき、G_1はG'_2の部分グラフである[17]。

を$P(G)$、属する元の数を$p(G)$とする。同様に、セレクションを示す頂点集合を$S(G)$、属する元の数を$s(G)$とする。また、グラフGの辺集合$E(G)$は、一端が$S(G)$の元の頂点に接続する辺集合を$E_{PS}(G)$（P-S間の財フローに対応）と、両端が$P(G)$の元の頂点に接続する辺集合$E_{PP}(G)$（P-P間の財フローに対応）の和である。

次に、上述の定義に基づき、3.1と3.2で一般的に表現したシステムにおける財フローのバランスを考える。システム内には、次の2種類のプロセス間の財フローのバランスが含まれる。

(1) 1つのセレクションに接続する3つのプロセス間の、財フローバランス

(2) 2つのプロセス間の、財フローバランス

（1）について、1つのセレクションには3つのプロセスが、$E_{PS}(G)$の元である辺によって接続し、それぞれの辺はP-S間の財フローに相当する。そして、これら3つのフローは、3つのプロセスから見てセレクションへの入力もしくは出力のいずれかとなっている。例えば、プロセスP_Aの出力が、分岐セレクションSによってプロセスP_B,P_Cに分岐して入力する場合、3つのP-S間の財フローバランスは、式（3.5.1）のように単純化して表すことができる。

$$\left.\begin{aligned} &P_A(\mathrm{output}) = S(\mathrm{input}) \\ &S(\mathrm{output\ 1}) = P_B(\mathrm{input}) \\ &S(\mathrm{output\ 2}) = P_C(\mathrm{input}) \end{aligned}\right\} \qquad (3.5.1)$$

3.1の定義よりセレクションでは財の損失がないので、次式（3.5.2）が成り立つ。

$$S(\mathrm{input}) = S(\mathrm{output\ 1}) + S(\mathrm{output\ 2}) \qquad (3.5.2)$$

式（3.5.1）と（3.5.2）から、式（3.5.3）を得る。

$$P_A(\mathrm{output}) = P_B(\mathrm{input}) + P_C(\mathrm{input}) \qquad (3.5.3)$$

式（3.5.3）は、1つのセレクションの入出力に接続する3つのプロセス間の財フローバランスであり、セレクションの分岐率や合流率に関係なく得られる。

この条件式はセレクションごとに作ることができる。セレクションの数は$s(G)$個あるため、式（3.5.3）の3つのプロセス間の財フローバランスの条件式の集合を$M_s(G)$と定義すれば、$M_s(G)$に属する元の数も$s(G)$である。

（2）について、2つのプロセスが$E_{PP}(G)$の元の辺によって接続し、この辺はP-P間の財フローに相当する。例えば、プロセスP_Aから産出した財が、プロセスP_Bに投入する場合、単純化したP-P間の財フローバランスは、

$$P_A(\mathrm{output}) = P_B(\mathrm{input}) \qquad (3.5.4)$$

で表すことができる。

辺集合$E_{PP}(G)$は、辺集合$E(G)$のうち、$E_{PS}(G)$を除いたものである。さらに、上記から、$E_{PS}(G)$の元の数は$s(G)$の3倍であるので、式（3.5.4）の2つのプロセス間の財フローバランス条件式の集合を$M_e(G)$と定義すれば、$M_e(G)$に属する元の数は、$\varepsilon(G) - 3s(G)$となる。

ここで、プロセス間の財フローバランス条件集合$M_s(G)$と$M_e(G)$の和集合を$M(G)$とし、属する元の数を$m(G)$と定義すれば、これらの間には次式（3.5.5）が成り立つ。

$$\begin{aligned} &M_s(G) \subset M(G), M_e(G) \subset M(G), \\ &M_s(G) \cap M_e(G) = \varnothing, M_s(G) \cup M_e(G) = M(G), \\ &m(G) = s(G) + \left(\varepsilon(G) - 3s(G)\right) = \varepsilon(G) - 2s(G) \end{aligned} \qquad (3.5.5)$$

一方、$P(G)$と$S(G)$は、それぞれグラフGの頂点集合$V(G)$の真部分集合であり、$P(G)$と$S(G)$の元は互いに素である。従って、次式（3.5.6）が成り立つので、

$$\begin{aligned} &P(G) \subset V(G), S(G) \subset V(G), \\ &P(G) \cap S(G) = \varnothing, P(G) \cup S(G) = V(G) \end{aligned} \qquad (3.5.6)$$

次式（3.5.7）が成り立つ

$$\upsilon(G) = p(G) + s(G) \qquad (3.5.7)$$

オイラーの多面体定理から$\upsilon(G) - \varepsilon(G) + f(G) = 2$が得られ、式（3.5.7）を代入することにより、次式（3.5.8）が成り立つ。

$$p(G) + s(G) - \varepsilon(G) + f(G) = 2 \qquad (3.5.8)$$

また、システム中に、2つのセレクションによって作られるループがある場合、フロー図から得られるグラフには閉路が作られる。この1つの閉路によって無限面から分割される面が1つ増加するため、閉路の数がrの時に無限面を含めたグラフGの面数$f(G)$は、$(r + 1)$と等しくなる。ここで、式（3.5.8）の$f(G)$を置き換え、次式（3.5.9）を得る。

$$p(G) + s(G) - \varepsilon(G) + r = 1 \qquad (3.5.9)$$

式（3.5.9）によってプロセス数、セレクション数、辺の数の関係が示されたが、これにフローバランス条件式の数と辺の数の関係式（3.5.5）を代入すると、

$$m(G) + s(G) - r + 1 = p(G) \qquad (3.5.10)$$

を得る。

プロセス間の財フローバランス条件式の集合$M(G)$を導入した場合に、フローバランスの条件式の数、セレクション数、閉路の数と、プロセス数について新たな関係式（3.5.10）が求められる。

係数行列を構築するためには、プロセス間の財フローバランス条件式以外に、セレクションの分岐条件を表す式とシステムの境界条件式が必要である。すでにプロセス間の財フローバランス条件式は$M(G)$で求められたので、残りのセレクションの分岐条件を表す式とシステムの境界条件を表す式、合わせて（$s(G) - r + 1$）本加えることで、システム全体のバランス式の数とプロセス数が式（3.5.10）から等しくなり、係数行列Aは正方行列となることがわかる。

3.1で述べた「システムに設定される境界条件」が1つの場合、（$s(G) - r$）がセレクションの分岐条件を表す式の数

に相当する。セレクションの数から閉路の数を差し引くことは、すなわち、1つの閉路に対応する2つのセレクションのうち、どちらか一方の条件式を追加することが必要であるということを示している。

以上のことから、係数行列Aを（$m(G)+s(G)-r+1$行$\times p(G)$列）とすると、行列Aは、プロセス間の財フローバランス条件集合を示す行列A_{M}（$m(G)$行$\times p(G)$列）、セレクションの分岐条件を示す行列A_{R}（$s(G)-r$行$\times p(G)$列）、境界条件を示す行列A_{F}（1行$\times p(G)$列）の3つの部分行列が結合した行列とみなせ、次式（3.5.11）で表される。

$$A=\begin{array}{l}\left[\begin{array}{c}A_{\mathrm{M}}\\ \hline A_{\mathrm{R}}\\ \hline A_{\mathrm{F}}\end{array}\right]\end{array}\begin{array}{l}m(G)\text{行}\\ s(G)-r\text{行}\\ 1\text{行}\end{array}\qquad(3.5.11)$$

ここで、プロセス間の財フローバランス条件集合$M(G)$の要素を$M_i(G)$; $i=1,\ldots,m(G)$とすれば、行列A_{M}のij要素a_{mij}は、次式（3.5.12）で表される。

$$a_{mij}=\begin{cases}-\mathrm{P}_{aj} & ,M_i(G)\text{に対応する財フローから、プロセス}\mathrm{P}_j\text{に財を}\mathrm{P}_{aj}\text{入力}\\ 1 & ,\text{プロセス}\mathrm{P}_j\text{から}M_i(G)\text{に対応する財フローに1出力}\\ 0 & ,\text{プロセス}\mathrm{P}_j\text{は}M_i(G)\text{に対応する財フローに含まれない}\end{cases}\qquad(3.5.12)$$

閉路iの分岐セレクションにおいて、プロセスP_uからプロセスP_vへ、$R_a(0<R_a<1)$の比率で分岐するときは、部分行列A_{R}のij要素a_{rij}は次式（3.5.13）で示される。ただし、プロセスP_vの機能フローの係数をP_{av}とする。

$$a_{r_{ij}}=\begin{cases}R_a & ,j=u\\ -\mathrm{P}_{av} & ,j=v\\ 0 & ,j\neq u\vee j\neq v\end{cases}\qquad(3.5.13)$$

また、閉路iの合流セレクションにおいて、プロセスP_vの投入量のうち、プロセスP_uからの産出量が$R_b(0<R_b<1)$の比率を占めている場合に、部分行列A_{R}のij要素a_{rij}は次式（3.5.14）で示される。

$$a_{r_{ij}}=\begin{cases}1/R_b & ,j=u\\ -\mathrm{P}_{av} & ,j=v\\ 0 & ,j\neq u\vee j\neq v\end{cases}\qquad(3.5.14)$$

プロセスP_uの活動量を境界条件iとする場合に、部分行列A_{F}のij要素a_{fij}は次式（3.5.15）で示される。

$$a_{f_{ij}}=\begin{cases}1 & ,j=u\\ 0 & ,j\neq u\end{cases}\qquad(3.5.15)$$

3.5.3 正則行列の証明

システムを3.1と3.2の方法でグラフに抽象化すると、連結単純グラフが得られる。このことから、P-P間とP-S間の辺の数は必ず1つである。従って、フローバランスの条件集合の元に属するプロセスは、それぞれの集合ごとにすべて異なることから、部分行列A_{M}の行ベクトルはすべて一次独立である。

各セレクションに接続する辺の組み合わせはすべて異なるため、セレクションの分岐条件式も異なる。従って、A_{R}の行ベクトルはすべて非零ベクトルであり、一次独立である。

また、各プロセスの1単位活動量あたりのプロセス係数は非零であり、すべてのプロセスは集合$M(G)$のいずれかに含まれていることから、部分行列A_{M}の列ベクトルは非零ベクトルである。従って、係数行列Aの列ベクトルも非零ベクトルである。

したがって、3.5.1の正則行列の必要十分条件を満足しているので、係数行列Aは正則行列である。

4. ケーススタディー

本研究で提案した係数行列の作成手法を適用するケーススタディーとして、アルミ缶の製造、使用、リサイクルを含んだ一連のフロー[39]を取り上げ、そのシステムを図11に示す。さらに、このシステムを3.1で述べたシステムの一般的表現によってグラフに書き直したものを図12

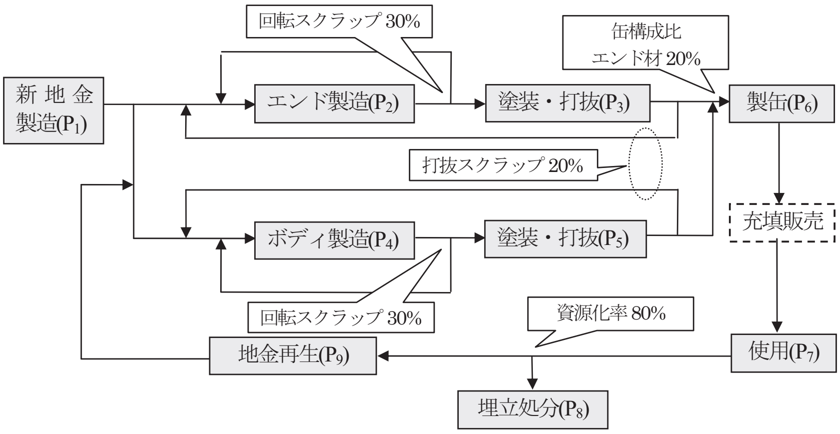


図11　アルミ缶のライフサイクルシステム

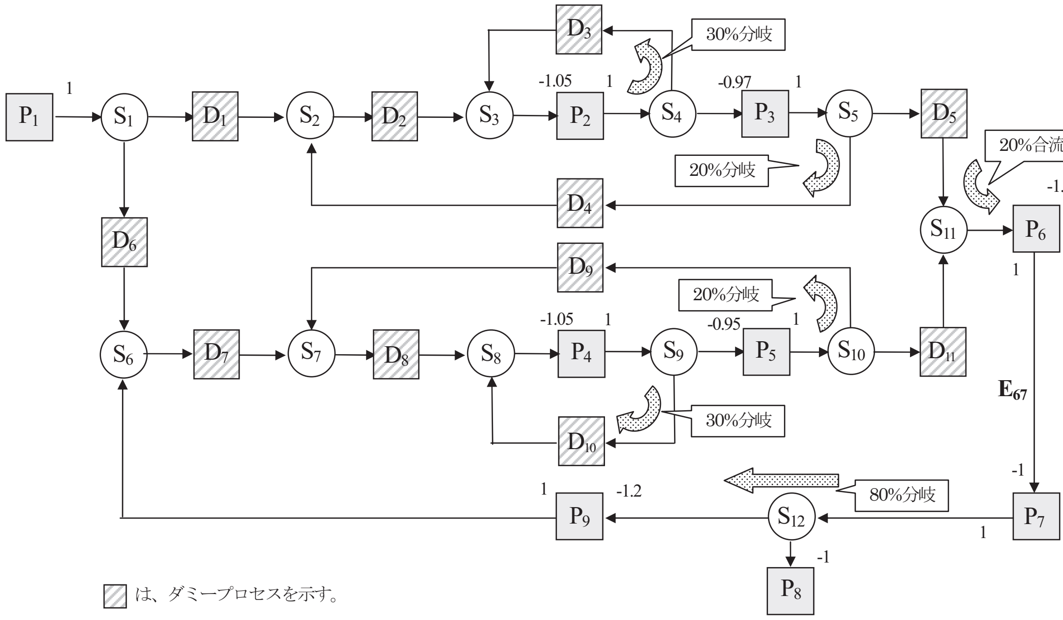


図12　アルミ缶のライフサイクルシステムのグラフ表現

に示す。この一般的表現では、9個のプロセスP_1～P_9の他に、図3に示す11個のダミープロセスP_{D1}～P_{D11}を付加するためプロセス数は合計20個に増加する。各プロセスの肩の数字はプロセス活動量1単位あたりの投入／産出係数を示す。

まずプロセス間の財フローバランス条件集合$M(G)$を示す部分行列A_Mを作成する。A_Mは、図12の各セレクションに接続する「3つのプロセス間のフローバランス条件」と、「2つのプロセス間の辺のフローバランス条件」を表している。

例えばS_4では、プロセスP_2から産出された財1が、ダミープロセスP_{D3}とプロセスP_3に分岐投入している。ダミープロセスP_{D3}に投入される財はプロセス活動量q_{D3}に機能フロー係数P_{aD3}を乗じた値であり、同様にプロセスP_3に投入する財は、プロセス活動量q_3に機能フロー係数P_{a3}を乗じた値であり、次のバランス式が成り立つ。

$$q_2 \times 1 - q_{D3} \times P_{aD3} - q_3 \times P_{a3} = 0 \tag{4.1}$$

（ダミープロセスP_{D3}の機能フローの係数P_{aD3} = 1、プロセスP_3の機能フローの係数P_{a3} = 0.97）

式（4.1）と同様に、セレクションS_1～S_{12}、プロセスP_6-P_7間のフローE_{67}の計13個の条件式をまとめた部分行列A_Mを式（3.5.12）により生成し、式（4.2）に示す。この部分行列の列は各プロセス活動量1単位あたりの投入／産出係数を示している。

次にセレクションの分岐条件を示す部分行列A_Rを作成する。セレクションS_4、S_5、S_9、S_{10}、S_{11}、S_{12}に分岐条件が設定されている。このセレクションのうち、S_4、S_5、S_9、S_{10}、S_{12}では、財フローが分岐セレクションによって、設定した比率（リサイクル率など）で下流プロセスに分岐する。またS_{11}では、2つの財フローが合流セレクションによって、設定した比率（図11では缶構成比としている。）で合流する。

$$A_M = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \\ S_8 \\ S_9 \\ S_{10} \\ S_{11} \\ S_{12} \\ E_{67} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccccccccccc} \mathrm{P}_1 & \mathrm{P}_2 & \mathrm{P}_3 & \mathrm{P}_4 & \mathrm{P}_5 & \mathrm{P}_6 & \mathrm{P}_7 & \mathrm{P}_8 & \mathrm{P}_9 & \mathrm{P}_{D1} & \mathrm{P}_{D2} & \mathrm{P}_{D3} & \mathrm{P}_{D4} & \mathrm{P}_{D5} & \mathrm{P}_{D6} & \mathrm{P}_{D7} & \mathrm{P}_{D8} & \mathrm{P}_{D9} & \mathrm{P}_{D10} & \mathrm{P}_{D11} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.97 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.2}$$

分岐セレクションS_4では、プロセスP_2から産出された財の30%がダミープロセスP_{D3}に投入されている。ダミープロセスP_{D3}に投入する財はプロセスP_{D3}の活動量q_{D3}に機能フロー係数P_{aD3}を乗じた値であり、プロセス活動量q_2との間に次のバランス式が成り立つ。

$$S_4 : (q_2 \times 1) \times 0.3 - q_{D3} \times P_{aD3} = 0, (P_{aD3} = 1.0) \tag{4.3}$$

また、合流セレクションS_{11}では、ダミープロセスP_{D5}から産出された財が、プロセスP_6に投入する財のうち20%を占めている。プロセスP_6に投入する財はプロセスP_6の活動量q_6に機能フロー係数P_{a6}を乗じた値であり、プロセス活動量q_{D5}との間に次のバランス式が成り立つ。

$$S_{11} : (q_{D5} \times 1)/0.2 - q_6 \times P_{a6} = 0, (P_{a6} = 1.1) \tag{4.4}$$

式（4.3）、（4.4）と同様に、分岐、合流セレクションの分岐条件を以下のように整理した。セレクションS_4、S_5、S_9、S_{10}、S_{12}では、次式（4.5）が、セレクションS_{11}では、次式（4.6）がそれぞれ成り立つ。

$$\left.\begin{array}{l} S_4 : (q_2 \times 1) \times 0.3 - q_{D3} \times P_{aD3} = 0, (P_{aD3} = 1.0) \\ S_5 : (q_3 \times 1) \times 0.2 - q_{D4} \times P_{aD4} = 0, (P_{aD4} = 1.0) \\ S_9 : (q_4 \times 1) \times 0.3 - q_{D10} \times P_{aD10} = 0, (P_{aD10} = 1.0) \\ S_{10} : (q_5 \times 1) \times 0.3 - q_{D9} \times P_{aD9} = 0, (P_{aD9} = 1.0) \\ S_{12} : (q_7 \times 1) \times 0.8 - q_9 \times P_{a9} = 0, (P_{a9} = 1.2) \end{array}\right\} \tag{4.5}$$

（3.1でダミープロセスの機能フロー係数P_{aDn}を1.0と定義）

$$S_{11} : (q_{D5} \times 1)/0.2 - q_6 \times P_{a6} = 0, (P_{a6} = 1.1) \tag{4.6}$$

このように、セレクションの分岐条件は、セレクションの分岐/合流率に依存する2つのプロセス活動量の関係を示す式を1つ設定するだけでよい。なぜなら、セレクションに接続する3つのプロセスの活動ベクトルの相互関係は、行列A_Mで既に示されている「3プロセス間のフローバランス条件」と、式（4.3）や式（4.4）で示される「分岐/合流率に基づく2プロセス間のフローバランス条件」、これら独立した2つの条件式によって過不足なく決定できるからである。例えば、分岐セレクションS_4に接続する3つのプロセスP_2、P_{D3}、P_3の活動量q_2、q_{D2}、q_3の相互関係は、式（4.1）と式（4.3）の2つの条件式で示すことが出来る。

式（4.5）と式（4.6）を一般式で表したものが、式（3.5.13）と（3.5.14）であり、セレクションの分岐条件を示す部分行列A_Rが式（4.7）のように生成される。

最後にシステムの境界条件を式（3.5.15）に従って設定する。ここではプロセスP_7の活動量（製造されたアルミ缶の使用量に等しい。）を1とすれば、式（4.8）に示す境界条件を示す部分行列A_Fが生成される。また境界ベクトル$\boldsymbol{\alpha}$は$(0,\ldots,0,1)^T$として設定される。（Tは転置行列を示す）

得られた3つの部分行列A_M、A_R、A_Fを式（3.5.11）に従って結合し、プロセス活動量ベクトル$\mathbf{q}$と境界ベクトル$\boldsymbol{\alpha}$を含めたシステム全体のバランス式を式（4.9）に示す。

作成した係数行列は正則であり逆行列を持つので、式（4.9）を解いてプロセスの活動量ベクトル$\mathbf{q}$を式（4.10）のように得る。

最終的には、このようにして求められるプロセスの活動量ベクトル$\mathbf{q}$と環境フローを表す行列Bを式（2.3）に代入して、システム全体の環境負荷$\boldsymbol{\beta}$を算出する。

5. まとめ

本研究では、マトリックス法によるLCIの実施を容易にすることを目的とし、グラフ理論を応用して正則な係数行列を一意に構築する方法を提案した。分析対象とするシステムについて、新たに定義した5種類の基本要素のみを用いて表現し直すことで、グラフ理論でいうところの頂点（ノード）と辺（エッジ）で示される幾何学的図形へ抽象化することを可能にした。このようなシステムの抽象化の利点は、対象システムを構成するプロセスと財フローとの関係性を単純な規則によって表現できることである。その結果、対象システムを表現する係数行列を決まった手順に従って一意に作成することが可能となった。ただし、本研究で提案した係数行列の構築方法が有効となるのは、対象システムを表す幾何学的図形が平面的グラフとなる場合である。

$$A_{\mathrm{R}} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccccccccccccccccc} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & P_6 & P_7 & P_8 & P_9 & P_{D1} & P_{D2} & P_{D3} & P_{D4} & P_{D5} & P_{D6} & P_{D7} & P_{D8} & P_{D9} & P_{D10} & P_{D11} \end{array} \\ \begin{array}{c} S_4 \\ S_5 \\ S_9 \\ S_{10} \\ S_{11} \\ S_{12} \end{array} & \left[\begin{array}{cccccccccccccccccccc} 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{4.7}$$

$$A_{\mathrm{F}} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccccccccccccccccc} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & P_6 & P_7 & P_8 & P_9 & P_{D1} & P_{D2} & P_{D3} & P_{D4} & P_{D5} & P_{D6} & P_{D7} & P_{D8} & P_{D9} & P_{D10} & P_{D11} \end{array} \\ F & \left[\begin{array}{cccccccccccccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{4.8}$$

$$
\begin{bmatrix} A_{\mathrm{M}} \\ \hline A_{\mathrm{R}} \\ \hline A_{\mathrm{F}} \end{bmatrix}\mathbf{q} =
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccccccccccccccccc} \mathrm{P_1} & \mathrm{P_2} & \mathrm{P_3} & \mathrm{P_4} & \mathrm{P_5} & \mathrm{P_6} & \mathrm{P_7} & \mathrm{P_8} & \mathrm{P_9} & \mathrm{P_{D1}} & \mathrm{P_{D2}} & \mathrm{P_{D3}} & \mathrm{P_{D4}} & \mathrm{P_{D5}} & \mathrm{P_{D6}} & \mathrm{P_{D7}} & \mathrm{P_{D8}} & \mathrm{P_{D9}} & \mathrm{P_{D10}} & \mathrm{P_{D11}} \end{array} \\
\begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \\ S_8 \\ S_9 \\ S_{10} \\ S_{11} \\ S_{12} \\ E_{67} \\ S_4 \\ S_5 \\ S_9 \\ S_{10} \\ S_{11} \\ S_{12} \\ F \end{array} &
\left[\begin{array}{cccccccccccccccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -0.97 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -0.95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{D1} \\ q_{D2} \\ q_{D3} \\ q_{D4} \\ q_{D5} \\ q_{D6} \\ q_{D7} \\ q_{D8} \\ q_{D9} \\ q_{D10} \\ q_{D11} \end{bmatrix}
=
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}
\qquad (4.9)
$$

$$
\mathbf{q} = (0.46, 0.38, 0.28, 1.5, 1.1, 1.0, 1.0, 0.2, 0.67, 0.23, 0.29, 0.11, 0.055, 0.22, 0.23, 0.90, 1.1, 0.23, 0.45, 0.88)^{\mathrm{T}} \qquad (4.10)
$$

決まった手順で正則な係数行列を一意に構築できることは、計算機により係数行列を自動的に求めることが容易なことを意味している。今後は、本研究で提案したアルゴリズムを用いて、分析対象システムを構成するプロセスの入出力データから係数行列を自動的に生成した上で、システム全体の環境負荷を推計できるソフトウェアを構築する予定である。ソフトウェア化することで、LCA実施者が係数行列の構築に直接的に関与せず、決められたアルゴリズムで機械的に作業が行われるため、マトリックス法を用いたインベントリ分析が容易に実施できることが期待できる。また、3.4の平面性問題によって明らかになった提案手法の限界についても、対象システムを表す幾何学図形の平面性に依存しない方法に拡張する予定である。

（平成20年4月28日受付、平成20年10月10日採択）

参照文献

1) International Standard ISO 14040. Environmental management - life cycle assessment - principles and framework, ISO/TC207/SC5, (1997)

2) J.B. Guinée, H.A. Udo de Haes, G. Huppes: Journal of Cleaner Production, 1, (1993), pp.3-13

3) International Standard ISO 14044. Environmental management - life cycle assessment - Requirements and guidelines, ISO/TC207/SC5, (2006)

4) R. Heijungs: Ecological Economics, 10, (1994), pp.69-81

5) R. Heijungs, S. Suh: The Computational Structure of Life Cycle Assessment, Published by Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, (2002)

6) S. Suh, G. Huppes: Journal of Cleaner Production, 13(7), (2005), pp.687-697

7) 本藤祐樹 : “エネルギー・アナリシスと温室効果ガス排出分析 , 日本太陽エネルギー学会編”, 持続可能エネルギーと LCA,”日本太陽エネルギー学会 , 東京 , (2008), pp. 51-81

8) J.M.Gwak, M.-R. Kim, T. Hur: Journal of Cleaner Production, 11, (2003), pp. 787-795

9) R. Heijungs, S. Suh: Journal of Cleaner Production, 14(1), (2006), pp. 47-51

10) S. Suh, S. Nakamura: International Journal of Life Cycle Assessment, 12(6), (2007), pp.351-352

11) M. Lenzen: Journal of Cleaner Production, 10, (2002), pp.545-572

12) S. Suh: Ecological Economics, 48(4), (2004), pp.451-467

13) K. Halada: Proceedings of 2nd International Conference on EcoBalance, (1996), pp.188-193

14) 日本材料科学会編 , “地球環境と材料”, 裳華房 , 東京 , (1999), pp.129-149

15) 盧偉哲 , 泉聡志 , 酒井信介 : 日本 LCA 学会誌 , 2(3), (2006), pp.266-272

16) F. Harary: “Graph Theory”, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, MA, (1969)

17) J. A. Bondy, U.S.R. Murty: “Graph Theory (Graduate

Texts in Mathematics)", Springer-Verlag, London, (2007)

18) E.J. Henley, R.A. Williams: "Graph Theory in Modern Engineering", Academic Press, New York, (1973)

19) R.V. Rao, O.P. Gandhi: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 215, (2001), pp.25-32

20) R.V. Rao, O.P. Gandhi: International Journal of Machine Tools and Manufacture, 42, (2002), pp.321-330

21) R.V. Rao, O.P. Gandhi: International Journal of Machine Tools and Manufacture, 42, (2002), pp.521-528

22) V.K. Sethi, V.P. Agrawal: Mechanism and Machine Theory, 28(47), (1993), pp.601-614

23) O.P. Gandhi, V.P. Agrawal, K.S. Shisodia: Reliability Engineering and System Safety, 32, (1991), pp.283-305

24) R. Venkatasamy, V.P. Agrawal: International of Vehicle Design, 16(5), (1995), pp.477-505

25) S.K. Mukhopadhyay, K.R. Babu, K.V.V. Sai: International Journal of Production Research, 38(11), (2000), pp.2459-2470

26) T. Ekvall: Resources, Conservation and Recycling, 29(1), (2000), pp.91-109

27) R. Heijungs and R. Frischknecht: International Journal of Life Cycle Assessment, 3(6), (1998), pp. 321-332

28) T. Ekvall, G. Finnveden: Journal of Cleaner Production, 9(3), (2001), pp.197-208

29) A. Azapagic, R. Clift: Journal of Cleaner Production, 7(2), (1999), pp.101-119

30) J. Guinée, R. Heijungs: International Journal of Life Cycle Assessment, 12(3), (2007), pp.173-180

31) L. Euler: Novi commentarii academiae scientiarum Petropolitanae 4, (1758), pp. 109-140

32) L. Euler: Novi commentarii academiae scientiarum Petropolitanae 4, (1758), pp.140-160.

33) A. Liebers: Journal of Graph Algorithms and Applications, 5(1), (2001), pp.1-74

34) G.L. Alexanderson: Bulletin of the American Mathematical Society, 43(10), (2006), pp.567-573

35) C. Kuratowski: Fundamenta Mathematicae, 15, (1930), pp.271-283

36) R. Diestel: "Graph Theory, volume 173 of Graduate Texts in Mathematics", Springer-Verlag, Heidelberg, Electronic Edition, (2005), pp.96-101

37) J. Hopcroft , R. Tarjan: Journal of the Association for Computing Machinery, 21(4), (1974), pp.549-568

38) J. M. Boyer, W. J. Myrvold: Journal of Graph Algorithms and Applications, 8(3), (2004), pp.241-273

39) T. Onoye, M. Ootani: Proceedings of 5th International Conference on EcoBalance, (2002), pp.135-136

記号説明（Notation）

A　係数マトリクス

a_{fij}　係数マトリクスAの部分行列A_{F}のij要素

A_{F}　係数マトリクスAの部分行列。境界条件を示す行列

a_{mij}　係数マトリクスAの部分行列A_{M}のij要素

A_{M}　係数マトリクスAの部分行列。プロセス間の財フローバランス条件集合を示す行列

a_{rij}　係数マトリクスAの部分行列A_{R}のij要素

A_{R}　係数マトリクスAの部分行列。セレクションの分岐条件を示す行列

B　環境フローマトリクス

$d_G(v)$　グラフGの頂点vの次数

$E(G)$　グラフGの辺集合

$E_{PS}(G)$　グラフGの辺集合$E(G)$のうち、一端が$S(G)$の元の頂点に接続する辺集合（P-S間の財フローに対応する辺集合）

$E_{PP}(G)$　グラフGの辺集合$E(G)$のうち、両端が$P(G)$の元の頂点に接続する辺集合（P-P間の財フローに対応する辺集合）

$f(G)$　グラフGの面集合$F(G)$に属する元の数

$F(G)$　グラフGの面集合

G　グラフ

$m(G)$　プロセス間の財フローバランス条件集合$M(G)$の元の数

$M(G)$　プロセス間の財フローバランス条件集合。集合M_s(G)と$M_e(G)$の和集合

$M_i(G)$　プロセス間の財フローバランス条件集合$M(G)$の要素

$M_e(G)$　2つのプロセス間のフローバランス条件式の集合

$M_s(G)$　セレクションに接続する3つのプロセス間のフローバランス条件式の集合

$p(G)$　プロセスを示す頂点集合$P(G)$に属する元の数

$P(G)$　グラフGの頂点集合$V(G)$のうち、プロセスを示す頂点集合

P_{av}　プロセスP_vの機能フロー係数

$\mathbf{q}$　活動量ベクトル、ベクトル$\mathbf{q}$の要素は、

$(q_1,q_2,\ldots,q_v)^{\mathrm{T}}$となる。ただし、$v$はプロセス数を示す。

$\mathbf{R}^2$　2次元ユークリッド平面

$\mathbf{R}^3$　3次元ユークリッド空間

$s(G)$　セレクションを示す頂点集合$S(G)$に属する元の数

$S(G)$　グラフGの頂点集合$V(G)$のうち、セレクションを示す頂点集合

$v(G)$　グラフGの頂点集合$V(G)$に属する元の数

$V(G)$　グラフGの頂点集合

$\boldsymbol{\alpha}$　境界ベクトル

$\boldsymbol{\beta}$　最終環境負荷ベクトル

$\varepsilon(G)$　グラフGの辺集合$E(G)$に属する元の数

ψ_G　グラフGの接続関数